

## Aufgabe 7

Was können Sie auf folgende Fragen antworten:

- (a) Durch welche Eigenschaften ist eine hermitesche Matrix definiert?
- (b) Wie lautet die Definition für eine unitäre Matrix?
- (c) Welche Form hat die Matrixdarstellung eines Operators  $A$  mit Eigenwerten  $a_j$  in der Basis seiner Eigenzustände?

## Aufgabe 8

In einer Basis aus 4 Zuständen haben 3 Operatoren  $S_1$ ,  $S_2$ , und  $S_3$  die folgenden Matrixdarstellungen:

$$\underline{\underline{\mathbf{S}}}_1 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} ; \quad \underline{\underline{\mathbf{S}}}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} ; \quad \underline{\underline{\mathbf{S}}}_3 = \begin{pmatrix} 0 & -i & -i & 0 \\ i & 0 & 0 & -i \\ i & 0 & 0 & -i \\ 0 & i & i & 0 \end{pmatrix}$$

- (a) sind diese Operatoren hermitesch?
- (b) Wie lauten die Matrixdarstellungen der Produktoperatoren  $S_1S_2$ ,  $S_2S_1$ ,  $S_1^2$ ,  $S_2^2$ ,  $S_3^2$ ?
- (c) In welcher Relation steht Kommutator  $[S_1, S_2]$  zu  $S_3$ ?
- (d) Finden Sie die Eigenvektoren des Operators  $S^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$ . Wie lauten die Eigenwerte?

## Aufgabe 9

Finden Sie die Eigenwerte der folgenden Matrizen:

$$\underline{\underline{\mathbf{M}}}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} ; \quad \underline{\underline{\mathbf{M}}}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \end{pmatrix} ; \quad \underline{\underline{\mathbf{M}}}_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Vergleichen Sie die Spur der Matrizen (Summe der Diagonalelemente) mit der Summe der Eigenwerte. Könnten Sie daraus eine Hypothese aufstellen und diese beweisen?